Cálculo Numérico
Prof. Luis Peñaranda
Prova 2 – 2015.2
10/03/2016
Tempo máximo: 120 minutos

Nome ______________________________

DRE ______________________________

A prova curta consiste em responder as questões 2 e 3; cada uma delas vale 5 pontos.
A prova longa consiste em responder as três questões; cada uma vale $\frac{10}{3}$ pontos.
Indique claramente no caderno qual das duas provas faz.

---

1. Qual o maior número (fracionário ou inteiro) que pode ser representado usando o padrão IEEE-754 en dupla precisão? (O importante aqui é como o aluno pensa o problema e não o número).

> **Gabarito:**
>
> O maior número terá sinal positivo, a mantissa estará composta por 53 bits 1, na forma $1.1\ldots1$ e o maior exponente possível com 11 bits, que é $2^{10} - 1$.
>
> **Nota:** No padrão IEEE-754, o maior exponente é os primeiros dez bits com 1 e o último com 0, mas não foi dado na aula.

2. O polinômio $p(x) = x^5 - 3x + 1$ não tem raízes reais maiores do que 2. Isole uma raiz positiva em um intervalo de comprimento menor do que $\frac{1}{2}$.

> **Gabarito:** Como os coeficientes do polinômio tem duas variações de sinal, a regra de Descartes diz que o polinômio tem zero ou duas raízes positivas. Ao tentar isolarmos uma raiz entre zero e um, acontece que $p(0) > 0$, $p(1) < 0$ e $p(2) > 0$. Então, p tem duas raízes, uma no intervalo $(0, 1)$ e outra no intervalo $(0, 2)$.
>
> Para respondermos a questão, vamos primeiro escolher arbitráriamente uma das raízes, a que está no intervalo $(0, 1)$. O ponto meio do intervalo é $0,5$, e $p(0,5) < 0$. Então a raíz está no intervalo $(0; 0,5)$. O comprimento do intervalo $(0; 0,5)$ é $0,5$, então devemos bisecar novamente.
>
> Aplicando o processo de bisecção novamente, obtemos que o ponto meio do intervalo é $0,25$, e $p(0,25) > 0$. Então, a raiz está no intervalo $(0,25; 0,5)$.

3. Considere os valores de uma função f dados pela tabela seguinte.

x	0	1	2	3
$f(x)$	-1.02	-0.89	0.11	0.54

Usando a forma de Newton, estime o valor de $f(1.2)$. Pode usar um polinômio de qualquer grau.

Gabarito: A tabela de diferenças divididas fica como segue.

x	ordem 0	ordem 1	ordem 2	ordem 3
0	$-1,02$			
		$0,13$		
1	$-0,89$		$0,435$	
		1		$-0,24$
2	$0,11$		$-0,285$	
		$0,43$		
3	$0,54$			

Usando o primeiro elemento de cada coluna, calculamos a forma de Newton. Se escolhermos calcular uma função de grau 3 (interpolação cúbica).

$$p_3(x) = d_0 + d_1(x - x_0) + d_2(x - x_0)(x - x_1) + d_3(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)$$

Do mesmo jeito, podemos calcular funções de qualquer grau menor. Por exemplo, usamos um polinômio de grau 1 para calcular o valor pedido (interpolação linear).

$$\begin{aligned} p_1(x) &= d_0 + d_1(x - x_0) \\ p_1(x) &= -1,02 + 0,13(x - 0) \\ p_1(x) &= -1,02 + 0,13x, \text{ então} \\ p_1(1,2) &= -1,02 + 0,131,2 \\ p_1(1,2) &= -0,864 \end{aligned}$$